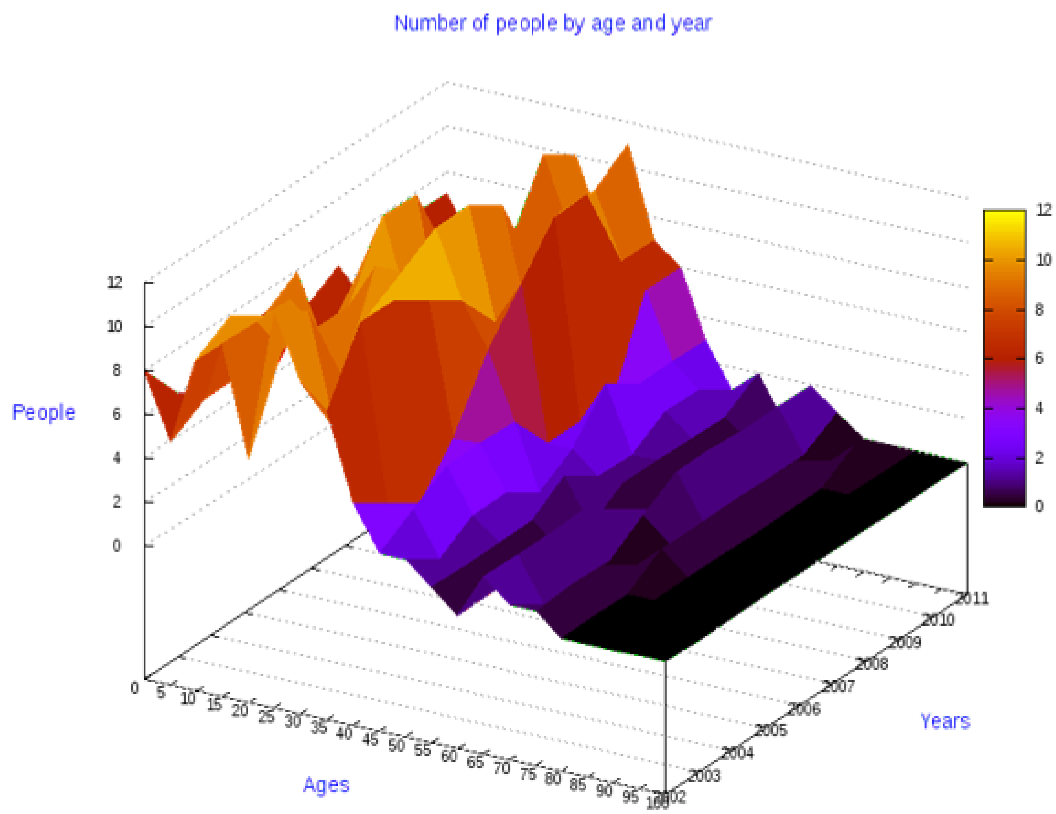
Probabilidades y Estadística para Matemáticos



Universidad Nacional de Salta
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Matemática

Probabilidades y Estadística
2^{do}. Cuatrimestre 2020
Licenciatura en Matemática

Trabajo Práctico N°4: Variables Aleatorias Bidimensionales. Distribución de Probabilidad Bivariada. Primeras Generalizaciones.

Consigna general: justificar apropiadamente todos los pasos realizados en el desarrollo de los ejercicios, a fin de que la resolución de los mismos sea completa, fundamentada con diversos argumentos, que se acepten en su socialización con los participantes del cursado e institucionalización matemática.

Ejercicio 1 En un pueblo del interior de Salta el 15 % de las familias no tienen hijos, el 20 % tienen un hijo, el 35 % tienen dos y el 30 % tiene tres. Suponga que, en cada familia, cada hijo tiene la misma la misma probabilidad de ser niño niña. Si una familia es elegida al azar dentro del pueblo, entonces, sea X el número de niños y sea Y el número de niñas. Encuentre la función de probabilidad conjunta que tendría la familia en función de las variables aleatorias definidas.

Ejercicio 2 Se lanza tres veces una moneda legal. Considere las variables X número de caras en las tres tiradas y la variable Y diferencia en valor absoluto entre el número de caras y el de cecas en las tres tiradas. Encuentre

1. La función de probabilidad conjunta.
2. Encuentre las probabilidades marginales o distribuciones marginales de las v.a.
3. Hallar la distribución condicionada de X dado que $Y = 3$

Ejercicio 3 Es cierto que el conocimiento de las distribuciones marginales de las v.a. componentes de una v.a. bidimensional, implica el conocimiento de la distribución conjunta? Fundamente.

Ejercicio 4 Se realizan $n+m$ ensayos independientes que tienen probabilidad de éxito p. Sea X el número de éxitos de los primeros n ensayos, y sea Y el número de éxitos de los m, ensayos finales. Encuentre la función de probabilidad conjunta.

Ejercicio 5 La función de probabilidad de la variable aleatoria (X, Y), viene definida por la asignación dada por la Tabla.

X | Y	-1	1
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

1. Estimar $P(X \leq 2)$; $P(Y \leq 0)$; $P(X \leq 2, Y > 0)$
2. Resultan independientes las variables aleatorias X e Y?

Ejercicio 6 El número de personas que entra al Super Local en un determinado día, resulta una variable aleatoria Poisson con parámetro λ. Si cada mujer que entra lo hace con probabilidad p y cada varón con probabilidad $1-p$, entonces, el número de mujeres y varones que ingresan al Super son variables Poisson independientes con parámetros λp y $\lambda(1-p)$, respectivamente. Halle la función de probabilidad conjunta.

Ejercicio 7 Considere la función de densidad conjunta para las variables aleatorias X e Y, definida por la asignación

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} 2e^{-2x}e^{-2y} & 0 < x < \infty,\ 0 < y < \infty \\ 0 & c.o.c \end{cases}$$

Halle i) $P(X < a)$ ii) $P(1 < X, Y < 1)$

Ejercicio 8 Sean X e Y dos v.a. independientes, tales que $X \sim N(0,1)$ y $Y \sim N(0,1)$

1. Encuentre la función de densidad de probabilidad conjunta.
2. Encuentre las curvas de igual probabilidad.

Ejercicio 9 Considere un círculo de radio r, y suponga que un punto dentro del círculo es elegido aleatoriamente de manera tal que, todas las regiones dentro del círculo son igualmente probable en contener dicho punto. El centro del círculo coincide con el origen de coordenadas y se define con (X, Y) las coordenadas del punto elegido.

1. Explique si la siguiente función podría ser una función de densidad conjunta para las variables X e Y.

$$f_{XY}(x) = \begin{cases} c & 0 < x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0 & x^2 + y^2 \geq r^2 \end{cases}$$

2. Si su repuesta es afirmativa, halle las funciones marginales de densidad.
3. Calcule la probabilidad que D, la distancia al origen de los puntos seleccionado sea menor o igual a a.

Ejercicio 10
a) Se lanza un dado no cargado 9 veces. Cuál es la probabilidad que salga 1 tres veces, 2 y 3 dos veces cada uno, 4 y 5 una vez cada uno y 6 en ninguno de ellos?.
b) Qué distribución le permitiría describir la situacion anterior?

Ejercicio 11 Sean X_1, X_2, variables independientes, uniforme estándar.
1) Determinar la distribución de la variable $U = \text{mín}\{X_1, X_2\}$.
2) Calcular $F_U(1{,}98)$ y $F_U(-0{,}00036)$.

***Ejercicio 12** Se desea calcular la integral $H = \int_0^1 x^2 dx$ por el método de Monte Carlo (4.30)[M]
a. Hallar un n que asegure que los tres primeros dígitos sean correctos con probabilidad mayor que 0.999.
b. Si dispone de una computadora vea lo que dá el método.

Bibliografía Sugerida para el desarrollo del práctico

1 Ricardo Maronna. Probabilidad y Estadística Elementales para estudiantes de Ciencias. Editorial Facultad de Cs Exactas, Universidad Nacionla de La Plata. Argentina. 1995.

2 Paul Meyer. Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas. Addison Wesley Longman, 1998.

3 George Canavos. Probabilidad y Estadística Aplicaciones y Métodos. Mc Graw Hill, 1988.

4 William Feller. Introducción a la Teoría de las Probabilidades y sus Aplicaciones, Vol. I y II. Limusa Wiley, 1978.

J.C.R. 2020
Profesor Responsable Cátedra PyEpM